АНАЛИЗ БИФУРКАЦИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Ивановский Л.И.1, Куксенок И.С. 2

1 ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2 НИЯУ МИФИ

Рассмотрим нелинейную краевую задачу c запаздыванием

(1)

, (2)

для которой параметры , , .

Для выяснения свойств устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2) необходимо найти такое собственное число, вещественная часть которого стремится к нулю с левой стороны, т. е. является наибольшей среди всех остальных. Представляет интерес ситуация, когда все собственные числа лежат в левой комплексной полуплоскости и одна пара из них находится на мнимой оси. В таком случае можно говорить о колебательной потере устойчивости нулевого состояния равновесия.

Для изучения фазового портрета краевой задачи (1), (2) используется нормальная форма, которая получается в результате разложения решения по степеням малого параметра

, (3)

где - медленное время, а принимает вид

.

Малый параметр косвенно характеризует собой отклонение от положения равновесия. Подстановка приведенного выше разложения в уравнение (1) приводит к системе последовательно разрешимых краевых задач.

(4)

,

где и - функции, полученные в ходе подстановки нормальной формы (3) в краевую задачу (1), (2). Граничные условия для каждого уравнения системы (4) формируются путем подстановки формулы (3) в краевые условия (2).

Система (4) позволяет получить уравнение на амплитуду колебаний нулевого решения линеаризованной задачи (1), (2), которое будет выглядеть следующим образом:

, (5)

Для исследования динамики фазового портрета достаточно изучить зависимость значений и уравнения (5) от параметров исходной краевой задачи.

*Теорема*

При наблюдается экспоненциально-орбитально устойчивый цикл, асимптотика которого описывается формулой (3), в которой

.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-21-00158).

**Список литературы**

[1] Кащенко С.А. О бифуркациях при малых возмущениях в логистическом уравнении с запаздыванием // Моделирование и анализ информационных систем, т. 24, №2, с. 168 – 185 (2017).

[2] L. Ivanovsky, I. Kuksenok. Oscillating Loss of Stability of Trivial Solution for Boundary-Value Problem with Linear Deviate in Boundary Condition // Conference Abstracts of International Student Conference “Science and Progress-2017”, p. 102.